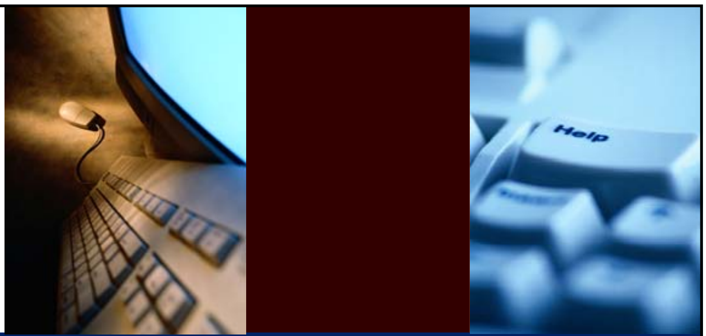


Expectativas Racionales

Ronald Cuela

Contenido

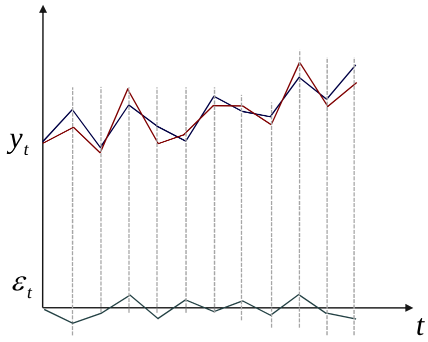
Modelación de las ER

- Las expectativas racionales fueron planteadas por Muth (1960)
- Incorporadas en modelos económicos por Lucas (1972)
- Popularizadas por Sargent y Wallace.

Modelación de las ER

Proceso de formación de ER

- Las variables económicas siguen cierto patrón de conducta.
- Los errores revelan discrepancias entre el patrón de conducta de la variable y el esperado por el agente.
- El agente revisa sus errores para no caer de nuevo (en los mismos errores) en el futuro.



No se cometen errores sistemáticos

Modelación de las ER

Nomenclaturas

- Tres formas indistintas:

$$E\left(x_{t+1}/\Omega_t\right)$$

$$E_t x_{t+1}$$

$$_t x_{t+1}$$

Modelación de las ER

Propiedades del estimador de ER

- Predictor insesgado

$$E_t\left[x_{t+1} - E_t(x_{t+1})\right] = 0$$

- Predictor eficiente

$$y_{t+1} = a + bx_{t+1} + \varepsilon_{t+1} \qquad Var(y_t) = b^2 Var(x_t) + \sigma_\varepsilon^2$$

$$y_{t+1} = a + bx_{t+1} + cz_{t+1} + \varepsilon_{t+1} \qquad Var(y_t) = b^2 Var(x_t) + c^2 Var(z_t) + \sigma_\varepsilon^2$$

Teoría Macrodinámica – Ronald Cuela

Modelación de las ER

Expectativas iteradas

- ¿Cuál es mi pronóstico hoy sobre mi pronóstico de mañana para el tipo de cambio de pasado mañana?

$$E_t E_{t+1} x_{t+2} = ?$$

- ¿Cuál sera mi pronóstico de mañana sobre mi pronóstico de hoy para el tipo de cambio de pasado mañana?

$$E_{t+1} E_t x_{t+2} = ?$$

Modelación de las ER

Sistematización de los errores de Muth (1961)

- Los precios se determinan en el mercado de bienes:
  - Demanda $y_t^d = a_0 - a_1 P_t$
  - Oferta $y_t^s = b_0 + b_1 P_t^e + u_t$
  - Equilibrio $P_t = \dfrac{a_0 - b_0}{a_1} - \dfrac{b_1}{a_1} P_t^e - \dfrac{1}{a_1} u_t$

Modelación de las ER

Sistematización de los errores de Muth (1961)

- Si usamos
  expectativas estáticas: $P_t^e = P_{t-1}$
  - Precios $P_t = \dfrac{a_0 - b_0}{a_1} - \dfrac{b_1}{a_1}P_{t-1} - \dfrac{1}{a_1}u_t$
  - Error $\varepsilon_t = P_t - P_t^e = \underbrace{\dfrac{a_0 - b_0}{a_1} - \left(\dfrac{b_1}{a_1} + 1\right)P_{t-1}}_{\substack{\text{error sistemático o predecible} \\ \text{(evitable)}}} - \underbrace{\dfrac{1}{a_1}u_t}_{\substack{\text{error aleatorio} \\ \text{(inevitable)}}}$

Modelación de las ER

Sistematización de los errores de Muth (1961)

- Si usamos
  expectativas adaptativas: $P_t^e = (1-\lambda)P_{t-1} + \lambda P_{t-1}^e$
  - Precios $P_t = \dfrac{a_0 - b_0}{a_1} - \dfrac{b_1}{a_1}(1-\lambda)\sum_{i=0}^{\infty}\lambda^i P_{t-i-1} - \dfrac{1}{a_1}u_t$
  - Error $\varepsilon_t = P_t - P_t^e = \underbrace{\dfrac{a_0 - b_0}{a_1} - \left(\dfrac{b_1}{a_1} + 1\right)(1-\lambda)\sum_0^{\infty}\lambda^i P_{t-i-1}}_{\substack{\text{error sistemático o predecible} \\ \text{(evitable)}}} - \underbrace{\dfrac{1}{a_1}u_t}_{\substack{\text{error aleatorio} \\ \text{(inevitable)}}}$

Modelación de las ER

Sistematización de los errores de Muth (1961)

- Con
  expectativas racionales: $P_t^e = E[P_t / \Omega_{t-1}] = E_{t-1}P$
  - Precios $P_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} - \frac{1}{a_1}u_t$
  - Error $\varepsilon_t = P_t - P_t^e = \underbrace{-\frac{1}{a_1}u_t}_{\substack{\text{error aleatorio} \\ (\text{inevitable})}}$

No se cometen errores sistemáticos

Modelación de las ER

Resolución de modelos con ER

- Método de proyecciones iteradas:
- Métodos de coeficientes indeterminados:

$$y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_t y_{t+1} + u_t \qquad u_t \sim RB$$

Modelación de las ER

Ejercicios

1. $y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_t y_{t+1} + u_t$ $\quad u_t \sim AR(1) \Rightarrow u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$
2. $y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_{t-1} y_t + u_t$ $\quad u_t \sim AR(1) \Rightarrow u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$
3. $y_t^d = a_0 - a_1 P_t + v_t$ $\quad u_t, v_t \sim RB$

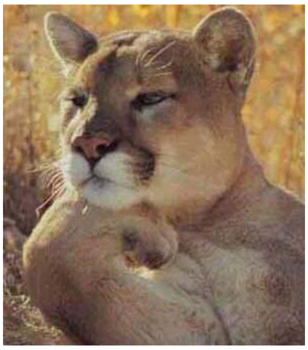
   $y_t^s = b_0 + b_1 E_{t-1} y_t + u_t$ $\quad \text{cov}(u_t, v_t) = 0$
4. DA: $y_t = \beta_0 - \beta_1 (m_t - p_t) + v_t$ $\quad v_t \sim AR(1) \Rightarrow v_t = \theta v_{t-1} + \varepsilon_t$

   OA: $y_t = \bar{y} + \alpha (p_t - E_{t-1} p_t)$

   RP : $m_t = u_0 + u_1 v_{t-1} + e_t$ $\quad \text{cov}(e_t, \varepsilon_t) = 0$

Modelación de las ER

¿Y las ER en tiempo continuo?



Contenido

Modelo de Cagan con ER

El modelo en tiempo discreto

- Recordando la versión estudiada $\frac{M_t}{P_t} = f(\pi_t^e)$
- Linealizado $\frac{M_t}{P_t} = c - b\left[\frac{P_{t+1}^e - P_t}{P_t}\right]$

$$P_t = \frac{1}{b+c}M_t + \frac{b}{b+c}P_{t+1}^e$$

- Expectativas adaptativas $P_t^e = (1-\lambda)P_{t-1} + \lambda P_{t-1}^e$

$$P_{t+1}^e = (1-\lambda)P_t + \lambda P_t^e$$

- Resultado $P_t = \frac{1}{c-b\lambda}M_t + \frac{b\lambda(1-\lambda)}{c-b\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\lambda^i P_{t-i-1}$

Backward looking

Modelo de Cagan con ER

El modelo en tiempo discreto

- Recordando la versión estudiada $\frac{M_t}{P_t} = f(\pi_t^e)$
- Linealizado $\frac{M_t}{P_t} = c - b\left[\frac{P_{t+1}^e - P_t}{P_t}\right]$
- Expectativas racionales $P_t = \frac{1}{b+c} M_t + \frac{b}{b+c} E_t P_{t+1}$
- Resultado $P_t = \frac{1}{b+c} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i}$

Forward looking

Modelo de Cagan con ER

El modelo en tiempo continuo

- Recordando la versión estudiada $\frac{M_t}{P_t} = f(\pi_t^e)$
- Linealizado $m_t - p_t = -\alpha \pi_t^e$
- Expectativas adaptativas $\dot{\pi}_t^e = \gamma(\pi_t - \pi_t^e)$

$$\dot{p}_t = \frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}(m_t - p_t)$$

- Resultado $p_t = (p_0 - m)e^{-\left(\frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}\right)t} + m$

Backward looking

Modelo de Cagan con ER

El modelo en tiempo continuo

- Recordando la versión estudiada $\frac{M_t}{P_t} = f(\pi_t^e)$
- Linealizado $m_t - p_t = -\alpha\pi_t^e$
- Expectativas racionales

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma(\pi_t - \pi_t^e)$$

$$\dot{p}_t = \frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}(m_t - p_t)$$

- Resultado

$$p_t = \frac{1}{\alpha}\int_t^\infty e^{\frac{1}{\alpha}(t-s)} m_s \partial s$$

Teoría Macrodinámica – Ronald Cuela

Forward looking

Modelo de Cagan con ER

Incremento no anticipado de M

- En tiempo discreto

$$P_t = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i}$$

$$P_t = \frac{1}{c}M_0$$

$M_0 \rightarrow M_1$

$$P_t = \frac{1}{c}M_1$$

- En tiempo continuo

$$p_t = \frac{1}{\alpha}\int_t^\infty e^{\frac{1}{\alpha}(t-s)} m_s \partial s$$

$m_0 \rightarrow m_1$

$$p_t = m_0$$

$$p_t = m_1$$

Teoría Macrodinámica – Ronald Cuela

Modelo de Cagan con ER

Incremento anticipado de M

- En tiempo discreto $P_t = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i}$
  - Se anticipa el aumento de M para T

$$P_t = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i} = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{T-t-1}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i M_0 + \frac{1}{b+c}\sum_{i=T-t}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i M_1$$

  - Si $\gamma = \frac{b}{b+c} < 1$

$$\boxed{P_t = \frac{1}{c}\left[\left(1-\gamma^{T-t}\right) M_0 + \left(\gamma^{T-t}\right) M_1\right]}$$

Modelo de Cagan con ER

Incremento anticipado de M

- En tiempo continuo $p_t = \frac{1}{\alpha}\int_t^{\infty} e^{\frac{1}{\alpha}(t-s)} m_s \partial s$
  - Se anticipa el aumento de M para T

$$p_t = \frac{1}{\alpha} e^{\frac{1}{\alpha}t}\int_t^{T} e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_0 \partial s + \frac{1}{\alpha} e^{\frac{1}{\alpha}t}\int_T^{\infty} e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_1 \partial s$$

  - Solución

$$\boxed{p_t = \left[1 - e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t)}\right] m_0 + \left[e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t)}\right] m_1}$$

Modelo de Cagan con ER

Ejercicio

- En tiempo discreto y continuo
  - ¿Qué ocurre con los precios si el Banco Central cambia de una política de cantidad de dinero constante a una política de crecimiento constante del dinero?

$$M_t = (1+u)^t M_0$$

$$m_t = m_0 + ut$$

Contenido

Modelo de Sargent y Wallace

Rational expectations and the theory of economic policy, 1976

- Sargent y Wallace (1996) popularizan los resultados de Lucas sobre la neutralidad del dinero
- Desarrollan un modelo para demostrar que las ventajas de la discrecionalidad sobre las reglas fijas desaparecen cuando el público anticipa perfectamente las políticas del gobierno y las incorpora en regla de decisión.

Modelo de Sargent y Wallace

El modelo consta de 3 ecuaciones

- IS $\quad y_t = x - br_t + cg_t + u_t$
- LM $\quad m_t - p_t = ky_t - hr_t$
- COL?? $\quad y_t - \bar{y} = \lambda(p_t - E_{t-1}p_t)$

$$u_t \sim AR(1) \;\Rightarrow\; u_t = \theta\, u_{t-1} + \varepsilon_t$$

Modelo de Sargent y Wallace

Solución

- De la IS $$r_t = \frac{1}{b}(x - y_t + cg_t + u_t)$$
- En la LM $$m_t - p_t = ky_t - h\frac{1}{b}(x - y_t + cg_t + u_t)$$
  - Despejando $$p_t = m_t - \left(k + \frac{h}{b}\right)y_t + \frac{h}{b}x + \frac{ch}{b}g_t + \frac{h\theta}{b}u_{t-1} + \frac{h}{b}\varepsilon_t$$

$$E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t - \left(k + \frac{h}{b}\right)\bar{y} + \frac{h}{b}x + \frac{ch}{b}E_{t-1}g_t + \frac{h\theta}{b}u_{t-1}$$

$$p_t - E_{t-1}p_t = m_t - E_{t-1}m_t - \left(k + \frac{h}{b}\right)(y_t - \bar{y}) + \frac{ch}{b}(g_t - E_{t-1}g_t) + \frac{h}{b}\varepsilon_t$$

- En la COL $$y_t - \bar{y} = \frac{\lambda b}{b + bk + h}(m_t - E_{t-1}m_t) + \frac{\lambda ch}{b + bk + h}(g_t - E_{t-1}g_t) + \frac{\lambda h}{b + bk + h}\varepsilon_t$$

Modelo de Sargent y Wallace

Conclusiones

$$Var(y_t) = \left(\frac{\lambda b}{b + bk + h}\right)^2 Var(m_t) + \left(\frac{\lambda ch}{b + bk + h}\right)^2 Var(g_t) + \left(\frac{\lambda h}{b + bk + h}\right)^2 \sigma^2_{\varepsilon_t}$$

- No existe campo de acción para la política monetaria (activista).
- Para minimizar la volatilidad del producto, el gobierno debe seguir una regla sistemática (predecible). La mejor política estabilizadora es el no uso de políticas estabilizadoras (que en realidad son perturbadoras).

Contenido

Cuestiones sobre las ER

Críticas

- Los agentes no son racionales.
- Las expectativas racionales exigen supuestos no realistas.
- Los agentes no conocen las reglas de política, ni pueden identificarlas fácilmente.
- Los agentes no tienen incentivos para buscar la información necesaria. Esta crítica obliga a ser más precisos en el tratamiento de los incentivos y costes de información.
- Las expectativas racionales sólo se pueden aplicar a variables aleatorias recurrentes. No se pueden usar las expectativas racionales a una situación de incertidumbre (a la Knight), osea donde no hay información previa.
- La hipótesis de las expectativas racionales no es verificable independientemente.

Cuestiones sobre las ER

Múltiples soluciones

- El modelo de Taylor.

  - IS $\quad y_t = -d_1\left[i_t - (E_{t-1}p_{t+1} - E_{t-1}p_t)\right] + d_2(m_t - p_t) + u_{1t}$
  - LM $\quad (m_t - p_t)^d = y_t - a_1 i_t + a_2(m_t - p_t)^s + u_{2t}$
  - COL $\quad y_t = \bar{y} + b(m_t - p_t) + u_{3t}$
  - RP $\quad m_t = \overline{m}$

$u_{1t}, u_{2t}, u_{3t} \sim RB\ independientes$

Cuestiones sobre las ER

Múltiples soluciones

- El modelo de Taylor.

  - Operando

$$E_{t-1}p_{t+1} = E_{t-1}p_t + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1}\right)\bar{y} + \left[\frac{a_1 - 1}{a_1} - \frac{d_2}{d_1} + b\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1}\right)\right]\overline{m} - \left[\frac{a_1 - 1}{a_1} - \frac{d_2}{d_1} + b\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1}\right)\right]p_t - \frac{1}{d_1}u_{1t} + \frac{1}{a_1}u_{2t} + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1}\right)u_{3t}$$

  - Resumiendo $\quad E_{t-1}p_{t+1} = E_{t-1}p_t + \phi_0 + \phi_1 p_t + u_t$
  - Coeficientes indeterminados $\quad p_t = \gamma_o + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k u_{t-k}$
  - Identificando CI

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{k+1} u_{t-k} = \phi_0 + \phi_1 \gamma_o + (\lambda_o \phi_1 + 1)u_t + \sum_{k=1}^{\infty} (1 + \phi_1)\lambda_k u_{t-k}$$

Cuestiones sobre las ER

Múltiples soluciones

$$p_t = \gamma_o + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k u_{t-k}$$

- El modelo de Taylor.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{k+1} u_{t-k} = \phi_0 + \phi_1 \gamma_o + (\lambda_o \phi_1 + 1) u_t + \sum_{k=1}^{\infty} (1+\phi_1) \lambda_k u_{t-k}$$

  - De los términos independientes $\gamma_o = -\dfrac{\phi_0}{\phi_1}$
  - Para u_t $\lambda_o = -\dfrac{1}{\phi_1}$
  - Para u_{t-k} $\lambda_{k+1} = (1+\phi_1)^k \lambda_1$

$$p_t = \frac{\phi_0}{\phi_1} - \frac{1}{\phi_1} u_t + \sum_{k=1}^{\infty} (1+\phi_1)^k \lambda_1 u_{t-k}$$

Cuestiones sobre las ER

Múltiples soluciones

- Modelo de Taylor

$$p_t = \frac{\phi_0}{\phi_1} - \frac{1}{\phi_1} u_t + \sum_{k=1}^{\infty} (1+\phi_1)^k \lambda_1 u_{t-k}$$

- Criterios
  - Varianza finita: no ayuda si $-2 < \phi_1 < 0$
  - Varianza mínima $\lambda_1 = 0$
  - Mínimo conjunto de variables $\lambda_1 = 0$

Teoría Macrodinámica

Ronald Cuela