UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA Y CCSS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA

TEORÍA MACRODINÁMICA - EA811
RONALD AUGUSTO CUELA ALVAREZ

APUNTES DE CLASES[1]
EXPECTATIVAS RACIONALES[2]

---

[1] Documento preliminar. No hacer referencia sin permiso del autor.

[2] Este documento es elaborado para facilitar el aprendizaje del curso y no reemplaza la bibliografía referente a este tema.

1. Modelación de las Expectativas Racionales

Resolución de modelos con expectativas racionales

Utilizaremos el mismo ejemplo para los dos métodos más conocidos para un modelo de burbujas especulativas.

$$y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_t y_{t+1} + u_t, \qquad \text{donde } u_t \sim RB$$

Método de proyecciones iteradas

$$y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_t y_{t+1} + u_t \qquad (*)$$

Adelantando un período

$$y_{t+1} = \alpha_0 - \alpha_1 E_{t+1} y_{t+2} + u_{t+1}$$

Tomando expectativas en t y multiplicando por α_1

$$\alpha_1 E_t y_{t+1} = \alpha_1 E_t \alpha_0 - \alpha_1^2 E_t E_{t+1} y_{t+2} + \alpha_1 E_t u_{t+1}$$

$$\alpha_1 E_t y_{t+1} = \alpha_0 \alpha_1 - \alpha_1^2 E_t y_{t+2} \qquad (**)$$

Adelantando (*) dos períodos, tomando expectativas en t y multiplicando por α_1^2

$$\alpha_1^2 E_t y_{t+1} = \alpha_0 \alpha_1^2 - \alpha_1^3 E_t y_{t+3} \qquad (***)$$

y así sucesivamente… se asume que $|\alpha_1| < 1$ y obtenemos:

$$y_t = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} + u_t$$

Método de coeficientes indeterminados

$$y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_t y_{t+1} + u_t \qquad (\#)$$

En este caso asumimos que la solución tiene la siguiente forma:

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 u_t \qquad (\#\#)$$

Donde ϕ_0 y ϕ_1 son los coeficientes por determinar, adelantando un período y tomando expectativas en t.

$$E_t y_{t+1} = \phi_0$$

Reemplazando en (#)

$$y_t = \alpha_0 - \alpha_1 \phi_0 + u_t \qquad (\#\#\#)$$

Identificando coeficientes entre (##) y (###), encontramos

$$\phi_0 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$$

$$\phi_1 = 1$$

Finalmente nuestra solución será

$$y_t = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} + u_t$$

Queda como ejercicio resolver los siguientes modelos:

i) $y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_t y_{t+1} + u_t$, donde $u_t \sim AR(1) \Rightarrow u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$

ii) $y_t = \alpha_0 - \alpha_1 E_{t-1} y_t + u_t$, donde $u_t \sim AR(1) \Rightarrow u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$

iii) Modelo de la telaraña

$$y_t^d = a_0 - a_1 P_t + v_t$$

$$y_t^s = b_0 + b_1 E_{t-1} y_t + u_t$$

Donde $u_t, v_t \sim RB$ y los errores son independientes $\text{cov}(u_t, v_t) = 0$

iv) Modelo de política

$$y_t = \beta_0 - \beta_1 (m_t - p_t) + v_t \qquad \text{(DA)}, \quad v_t \sim AR(1) \Rightarrow v_t = \theta v_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = \bar{y} + \alpha (p_t - E_{t-1} p_t) \qquad \text{(OA)}$$

$$m_t = u_0 + u_1 v_{t-1} + e_t \qquad \text{(RP)}, \quad \text{cov}(e_t, \varepsilon_t) = 0$$

2. Múltiples soluciones en modelos con expectativas racionales

El modelo de Taylor

(IS) $\quad y_t = -d_1 [i_t - (E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t)] + d_2 (m_t - p_t) + u_{1t} \quad \ldots(1)$

(LM) $\quad (m_t - p_t)^d = y_t - a_1 i_t + a_2 (m_t - p_t)^s + u_{2t} \quad \ldots(2)$

(COL) $\quad y_t = \bar{y} + b(m_t - p_t) + u_{3t} \quad \ldots(3)$

(RP) $\quad m_t = \bar{m} \quad \ldots(4)$

$u_{1t}, u_{2t}, u_{3t} \sim RB$ *independientes*

Teniendo en cuenta que en equilibrio, la demanda de saldos reales es igual a la oferta de saldos reales, la LM (2) puede escribirse como:

$$i_t = \frac{1}{a_1} y_t + \frac{a_2 - 1}{a_1} (m_t - p_t) + \frac{1}{a_1} u_{2t} \quad \ldots(5)$$

De (1) y (5)

$$E_{t-1} p_{t+1} = E_{t-1} p_t + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1} \right) y_t + \left(\frac{a_1 - 1}{a_1} - \frac{d_2}{d_1} \right) (m_t - p_t) + \frac{1}{a_1} u_{2t} - \frac{1}{d_1} u_{1t} \ldots(7)$$

Reemplazando la COL (3) en (7), y teniendo en cuenta la regla de política (4).

$$E_{t-1} p_{t+1} = E_{t-1} p_t + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1} \right) \bar{y} + \left[\frac{a_1 - 1}{a_1} - \frac{d_2}{d_1} + b \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1} \right) \right] \bar{m} - \left[\frac{a_1 - 1}{a_1} - \frac{d_2}{d_1} + b \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1} \right) \right] p_t + \ldots$$

$$\ldots. - \frac{1}{d_1} u_{1t} + \frac{1}{a_1} u_{2t} + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d_1} \right) u_{3t}$$

$$\ldots (8)$$

O de manera más sencilla:

$$E_{t-1} p_{t+1} = E_{t-1} p_t + \phi_0 + \phi_1 p_t + u_t \quad \ldots(9)$$

Encontrar la solución para la ecuación (9) por el método de proyecciones iteradas es complicado, por lo que utilizaremos el método de coeficientes indeterminados. Asumimos que el precio depende de una constante y de los valores del ***shock***, y tomamos la solución más amplia posible.

$$p_t = \gamma_o + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k u_{t-k} \qquad \ldots(10)$$

Para la expresión (10), calculamos $E_{t-1}p_t$.

$$E_{t-1}p_t = \gamma_o + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k u_{t-k} \qquad \ldots(11)$$

Y la expresión $E_{t-1}p_{t+1}$, de (10)

$$p_{t+1} = \gamma_o + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k u_{t+1-k}$$

$$E_{t-1}p_{t+1} = \gamma_o + \sum_{k=2}^{\infty} \lambda_k u_{t+1-k} \qquad \ldots(12)$$

Reemplazando (10), (11) y (12) en la ecuación (9):

$$\gamma_o + \sum_{k=2}^{\infty} \lambda_k u_{t+1-k} = \gamma_o + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k u_{t-k} + \phi_0 + \phi_1\left(\gamma_o + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k u_{t-k}\right) + u_t$$

Ordenando y simplificando para la identificación de coeficientes y así encontrar los valores de γ_o, λ_k.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{k+1} u_{t-k} = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k u_{t-k} + \phi_0 + \phi_1\left(\gamma_o + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k u_{t-k} + \lambda_0 u_t\right) + u_t$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{k+1} u_{t-k} = \phi_0 + \phi_1\gamma_o + (\lambda_o\phi_1 + 1)u_t + \sum_{k=1}^{\infty} (1+\phi_1)\lambda_k u_{t-k} \qquad \ldots(13)$$

De los términos independientes: $\gamma_o = -\dfrac{\phi_0}{\phi_1}$

Para u_t: $\lambda_o = -\dfrac{1}{\phi_1}$

Para u_{t-k}: $\lambda_{k+1} = (1+\phi_1)\lambda_k$

En (13), si por ejemplo conocemos λ_1, luego se forman los demás coeficientes según $\lambda_k = (1+\phi_1)^{k-1}\lambda_1$ para $k > 1$, por lo que el problema estaría resuelto, sin embargo el hecho de que λ_1 no este determinado en la solución del problema, hará que el modelo de Taylor tenga múltiples equilibrios (soluciones).

El criterio varianza finita

Si utilizamos los coeficientes encontrados en la identificación de coeficientes y dejamos a λ_1 como el parámetro por determinar, al reemplazar estos en la ecuación (10) tendremos:

$$p_t = -\frac{\phi_o}{\phi_1} - \frac{1}{\phi_1}u_t + \sum_{k=1}^{\infty} (1+\phi_1)^{k-1}\lambda_1 u_{t-k} \qquad \ldots(14)$$

La varianza de los precios será:

$$Var(p_t) = \frac{1}{\phi_1^2}\sigma_u^2 + \sum_{k=1}^{\infty}(1+\phi_1)^{2(k-1)}\lambda_1^2\sigma_u^2$$

$$Var(p_t) = \frac{1}{\phi_1^2}\sigma_u^2 + \lambda_1^2\sigma_u^2\sum_{k=1}^{\infty}(1+\phi_1)^{2(k-1)}$$

Si $\phi_1 > 0$ ó $\phi_2 < -2$, el criterio de varianza finita dará como solución única $\lambda_1 = 0$.
Si $-2 < \phi_1 < 0$ la varianza será finita y el criterio de varianza finita no nos ayuda para determinar el parámetro que nos falta determinar.

El criterio varianza mínima

El criterio de varianza mínima, permitirá encontrar el parámetro que falta (λ_1) para identificar completamente el modelo de Taylor.

$$\underset{\lambda_1}{Min}\left[Var(p_t)\right] = \underset{\lambda_1}{Min}\left[\frac{1}{\phi_1^2}\sigma_u^2 + \sum_{k=1}^{\infty}(1+\phi_1)^{2(k-1)}\lambda_1^2\sigma_u^2\right]$$

De acuerdo a la condición de primer orden $\lambda_1 = 0$, por lo tanto el comportamiento de los precios de acuerdo a (54) será

$$p_t = -\frac{\phi_o}{\phi_1} - \frac{1}{\phi_1}u_t \qquad \ldots(15)$$

A pesar de que el criterio de varianza mínima puede parecer una extensión natural para encontrar la solución del modelo de Taylor, esta es cuestionada por ser arbitraria al no mostrar un mecanismo para explicar dicho criterio. De acuerdo a Taylor, el criterio de varianza mínima no es menos arbitrario que el criterio de varianza finita.

Mínimo conjunto de parámetros

Otro criterio planteado por McCallum es el mínimo conjunto de parámetros, este criterio también tiene arbitrariedad, sin embargo pone énfasis en la dificultad y costo de conseguir información, en el modelo coincidiría con el criterio de mínima varianza.

3. Modelo de Cagan con Expectativas Racionales

El modelo en tiempo discreto

Con expectativas adaptativas

Replanteando el modelo planteado en el capítulo anterior, esta vez en tiempo discreto.

$$\frac{M_t}{P_t} = f(\pi_t^e)$$

Que puede ser linealizado como:

$$P_t = \frac{1}{b+c}M_t + \frac{b}{b+c}P_{t+1}^e \qquad \ldots(1)$$

Utilizando expectativas adaptativas

$$P_t^e = (1-\lambda)P_{t-1} + \lambda P_{t-1}^e \qquad \ldots(2)$$

Se obtiene:

$$P_t = \frac{1}{c - b\lambda} M_t + \frac{b\lambda(1-\lambda)}{c - b\lambda} \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i P_{t-i-1} \qquad \ldots(3)$$

El comportamiento de los precios (3) nos indica que los precios dependen del nivel actual de cantidad de dinero y de los precios pasados es por eso que estas expectativas se les conoce también como *backward-looking* o expectativas que miran hacia atrás (pasado).

Con expectativas racionales

Partiendo de (1)

$$P_t = \frac{1}{b+c} M_t + \frac{b}{b+c} E_t P_{t+1} \qquad \ldots(4)$$

Obtendremos:

$$P_t = \frac{1}{b+c} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i} \qquad \ldots(5)$$

La ecuación de comportamiento de los precios (8) muestra que estos dependen de los valores futuros esperados de la cantidad de dinero, a estas expectativas también se les denomina *forward-looking*, o expectativas que miran hacia delante (futuro)

El modelo en tiempo continuo

En este caso debemos tener en cuenta diferencias con respecto al modelo desarrollado en el capítulo anterior.

Primero, tomaremos el problema en logaritmos donde $p_t = LnP_t$ y $m_t = LnM_t$

$$m_t - p_t = -\alpha\pi_t^e \qquad \ldots(6)$$

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma(\pi_t - \pi_t^e) \qquad \ldots(7)$$

Que pueden simplificarse en

$$\dot{p}_t = \frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}(m_t - p_t) \qquad \ldots(8)$$

Donde la condición de estabilidad del modelo de Cagan es $\alpha\gamma < 1$

Por otro lado, para que las expectativas adaptativas (7) se convierten en racionales, el coeficiente de adaptación debe tender a infinito, $\gamma \to \infty$, en este caso se da lo que se conoce como previsión miope perfecta (*perfect myopic foresight*). Como estamos en tiempo continuo, las variables se hacen conocidas en el momento siguiente inmediato.

$$\pi_t^e = \underset{h\to 0}{Lim}(E_t \pi_{t+h}) = \underset{h\to 0}{Lim}(E_{t-h}\pi_t) = \pi_t$$

La ecuación (8) puede ser rescrita para el caso de expectativas racionales como:

$$\dot{p}_t = -\frac{1}{\alpha}(m_t - p_t) \qquad \ldots(9)$$

La solución viene dado por:

$$p_t = p_0 e^{\frac{1}{\alpha}t} - e^{\frac{1}{\alpha}t} \int_0^t \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_s \partial s \qquad \ldots(10)$$

Si la cantidad de dinero es constante $m_t = \overline{m}$, en (10)

$$p_t = \overline{m} + (p_0 - \overline{m})e^{\frac{1}{\alpha}t} \qquad \ldots(11)$$

En este caso la estabilidad se logra sólo cuando $p_0 = \overline{m}$, sin embargo no siempre se da esta igualdad, por lo que nuestra solución sería explosiva. La razón de este (racionalmente) inesperado resultado es que estamos modelando las expectativas racionales (que miran hacia delante) como expectativas adaptativas (usando información pasada).

Búsqueda de la solución con ER:

La solución para ER será:

$$p_t = \frac{1}{\alpha}e^{\frac{1}{\alpha}t}\int_t^{\infty} e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_s \partial s = \frac{1}{\alpha}\int_t^{\infty} e^{\frac{1}{\alpha}(t-s)} m_s \partial s \qquad \ldots(12)$$

¿Por qué?

Si la cantidad de dinero es constante $m_t = \overline{m}$, en (12)

$$p_t = \overline{m}$$

Consecuencias de un incremento de la cantidad de dinero

El incremento de la cantidad puede ser <u>anticipado</u> o <u>no anticipado</u> y para modelar podemos utilizar el modelo en tiempo continuo y en tiempo discreto. Por ejemplo, la cantidad de dinero aumenta en el período T, de m_0 a m_1.

Si evaluamos el modelo para un aumento <u>no anticipado</u>, entonces el modelo carece de dinámica los precios serán en el caso de nuestro modelo en tiempo discreto:

$$P_t = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i}$$

$$P_t = \frac{1}{c}M_0 \qquad \text{para } t < T$$

$$P_t = \frac{1}{c}M_1 \qquad \text{para } t \geq T$$

y en el caso del modelo desarrollado para tiempo continuo:

$$p_t = \frac{1}{\alpha}e^{\frac{1}{\alpha}t}\int_t^{\infty} e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_s \partial s = \frac{1}{\alpha}\int_t^{\infty} e^{\frac{1}{\alpha}(t-s)} m_s \partial s$$

$$p_t = m_0 \qquad \text{para } t < T$$

$$p_t = m_1 \qquad \text{para } t \geq T$$

Ahora que ocurre cuando el incremento de la cantidad de dinero es anticipada por los agentes. En <u>tiempo discreto</u> tendremos:

$$P_t = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i E_t M_{t+i} = \frac{1}{b+c}\sum_{i=0}^{T-t-1}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i M_0 + \frac{1}{b+c}\sum_{i=T-t}^{\infty}\left(\frac{b}{b+c}\right)^i M_1$$

Sin embargo, será más sencillo verlo de la siguiente manera, teniendo en cuenta además que $\gamma = \dfrac{b}{b+c} < 1$:

$$P_t = \frac{1}{b+c}\left[\sum_{i=0}^{T-t-1}\gamma^i M_0 + \sum_{i=T-t}^{\infty}\gamma^i M_1\right]$$

$$P_t = \frac{1}{b+c}\left[\left(\frac{1-\gamma^{T-t}}{1-\gamma}\right)M_0 + \left(\frac{\gamma^{T-t}}{1-\gamma}\right)M_1\right] = \frac{1}{c}\left[\left(1-\gamma^{T-t}\right) M_0 + \left(\gamma^{T-t}\right) M_1\right]$$

Sin embargo esto ocurrirá mientras $t < T$, cuando $t \geq T$, los precios serán $P_t = \dfrac{1}{c}M_1$

y que ocurre si modelamos en <u>tiempo continuo</u>:

$$p_t = \frac{1}{\alpha}e^{\frac{1}{\alpha}t}\int_t^T e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_0 \partial s + \frac{1}{\alpha}e^{\frac{1}{\alpha}t}\int_T^{\infty} e^{-\frac{1}{\alpha}s} m_1 \partial s$$

$$p_t = e^{\frac{1}{\alpha}(t-T)}\ (-m_0) + m_0 + e^{\frac{1}{\alpha}(t-T)}\ m_1$$

$$p_t = (m_1 - m_0)e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t)} + m_0 \text{ , ó } p_t = \left[1 - e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t)}\right]m_0 + \left[e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t)}\right]m_1$$

Esto ocurrirá cuando $t < T$, para $t \geq T$, los precios serán $p_t = m_1$, debe notarse la similitud con el resultado del modelo en tiempo discreto.

Ejercicios

1. El incremento de la cantidad de dinero también puede ser constante, es decir, <u>¿Qué ocurre con los precios si el Banco Central cambia de una política de cantidad de dinero constante a una política de crecimiento constante del dinero</u>?. La cantidad monetaria tendrá el siguiente comportamiento en tiempo discreto:

   $$M_t = (1+u)^t M_0$$

   y en tiempo continuo:

   $$m_t = m_0 + ut$$

   En ambos casos se asume que la nueva regla monetaria se aplica a partir de $t = 0$, y la tasa de crecimiento del dinero es u . Queda como ejercicio para el lector, resolver el problema para tiempo discreto y tiempo continuo.

2. ¿Cómo cambia el modelo si se anuncia está medida η períodos antes de su implantación?

   ¿Afecta esta medida a los saldos reales en el corto y largo plazo?

   ¿Cuál es la dinámica de los precios?

4. Modelo de las Lucas

El modelo de las Islas

El modelo supone competencia perfecta, hay muchos bienes, existe un productor del bien i con la tecnología de producción:

$$Y_i = AL_i \qquad \ldots(1)$$

Donde L_i es la cantidad de trabajo del productor i, el productor vende su producto al precio P_i, y consume una canasta de bienes (por simplicidad de acuerdo al nivel general de precios), el productor gasta todo su ingreso para consumir.

$$PC_i = P_i Y_i$$

$$C_i = \frac{P_i}{P} Y_i \qquad \ldots(2)$$

La utilidad está en función del nivel de consumo y trabajo (ocio) del agente i:

$$U_i(\overset{+}{C_i}, \overset{-}{L_i}) = C_i - \frac{1}{\gamma} L_i^{\gamma} \qquad \ldots(3)$$

El agente maximiza en:

$$L_i = \left(A \frac{P_i}{P} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \qquad \ldots(4)$$

El producto será:

$$Y_i = A^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{P_i}{P} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \qquad \ldots(5)$$

En logaritmos:

$$y_i = \frac{\gamma}{\gamma-1} a + \frac{1}{\gamma-1}(p_i - p) \qquad \ldots(6)$$

La curva de oferta micro (6) da sustento teórico a la Curva de Phillips o Curva de Oferta de Lucas. Sin embargo la ecuación está formulada a nivel micro, la próxima pregunta sería ¿qué ocurre a nivel macro?. La ecuación (6) generalmente se simplifica en la forma:

$$y_i = \tilde{y} + \alpha(p_i - p) \qquad \ldots(7)$$

Observaciones

El nivel general de precios se forma a partir de los precios de cada mercado. Los precios para cada mercado tienen dos *shocks*, un *shock* del mercado (u_i) y otro de toda la economía (v).

$$p_i = p + u_i \qquad \ldots(\text{E}.1)$$

$$p = E(p) + v \qquad \ldots(\text{E}.2)$$

La ecuación (6) asume previsión perfecta, lo correcto de acuerdo a lo mencionado, lo correcto debe ser:

$$y_i = \tilde{y} + \alpha(p_i - p^e) \qquad \ldots(8)$$

Cada productor (mercado) funciona como una isla, conocen lo que ocurre en su mercado, pero desconocen lo que afecta al resto de la economía, existen barreras en el flujo de información. El agente i conoce los valores pasados de p y p_i, y el precio corriente de su mercado, con esta información estima el nivel general de precios. El agente realiza el siguiente modelo para estimar los precios.

$$p = a + bp_i \qquad \ldots(9)$$

Donde el estimador de b, utilizando econometría elemental es:

$$\hat{b} = \frac{Cov(p, p_i)}{Var(p_i)} \qquad \ldots(10)$$

Utilizando (E.1) y (E.2)

$$\hat{b} = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2} \qquad \ldots(11)$$

Por otro lado, el valor estimado para el precio será:

$$E(p / p_i) = \hat{a} + \hat{b}p_i$$

Tomando expectativas

$$E_{t-1}(p) = \hat{a} + \hat{b}E_{t-1}(p)$$

Por lo tanto

$$E(p / p_i) - E_{t-1}(p) = \hat{b}\left[p_i - E_{t-1}(p)\right]$$

En este caso nos interesa tener la expresión de la siguiente forma:

$$p_i - E(p / p_i) = (1 - \hat{b})\left[p_i - E_{t-1}(p)\right]$$

Y lo reemplazamos en (11)

$$y_i = \tilde{y} + \alpha(1 - \hat{b})\left[p_i - E_{t-1}(p)\right] \qquad \ldots(12)$$

La expresión en términos microeconómicos (28) puede ser agregada y reemplazando el valor de $\hat{b}$ (11).

$$y = y^{\tau} + \alpha\left(\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}\right)\left[p - E_{t-1}(p)\right]$$

$$y = y^{\tau} + \theta\left[p - E_{t-1}(p)\right]$$

$$y_t = y^{\tau} + \theta\left[p_t - E_{t-1}(p_t)\right] \qquad \ldots(13)$$

La ecuación (13) se denomina la Curva de Oferta de Lucas (COL)

La demanda agregada

En este caso completamos el modelo con una demanda agregada proveniente de la teoría cuantitativa. Partimos de la versión en logaritmos, tomamos expectativas y diferenciamos con respecto a estas.

$$m_t + w = p_t + y_t$$

y obtenemos:

$$p_t - E_{t-1}p_t = m_t - E_{t-1}m_t - (y_t - y^{\tau}) \quad \ldots(14)$$

En (13)

$$y_t - y^\tau = \frac{\theta}{1+\theta}\left[m_t - E_{t-1}(m_t)\right] \qquad \ldots(15)$$

y los precios

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{1+\theta}\left[m_t - E_{t-1}(m_t)\right] \qquad \ldots(16)$$

¿Qué ocurre cuando el gobierno cambia su política?
Si el gobierno decide aumentar la cantidad de dinero (lo que representa un ***shock*** a toda la economía), este afecta a v. La varianza de v (σ_v^2) aumenta, por lo que θ disminuye y el efecto "***sorpresa***" de la política es menos efectiva.
En el modelo puede verse que no todo el efecto sorpresa se va al producto, una parte se va a los precios.
Por otro lado

$$E\left(y_t - y_t^\tau\right)^2 = \left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)^2 E\left[m_t - E_{t-1}(m_t)\right]^2$$

$$Var(y_t) = \left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)^2 Var(m_t)$$

Si el objetivo del Banco Central es estabilizar el producto, entonces debe minimizar la inestabilidad de la política monetaria (¿Reglas?)

Aportes de Lucas

1.- Neutralidad del dinero: *Expectations and the neutrality of money, 1972.*
Sólo una política sorpresiva (según 30) tiene efecto sobre el producto, pero este efecto es temporal. Los agentes son racionales, por lo que reaccionan ante los cambios de política.
Por otro lado, la política fiscal puede ser neutral aún en el corto plazo si la política es anticipada.

2.- Hipótesis de la tasa natural: *Econometric testing of the natural rate hypothesis, 1972.*
Las expectativas adaptativas y las expectativas racionales son contradictorias y sólo la última lleva a la tasa natural.

3.- Crítica a los modelos econométricos: *Econometric policy evaluation: a critique, 1976.*
En (29), α encierra las decisiones acerca de las posibilidades de sustitución intertemporal de factores, cambios tecnológicos, cambios en gustos y preferencias. Pero θ incluye también la variabilidad de los precios relativos y absolutos en la economía, en este sentido cada país para cada escenario tiene su propia curva de oferta de Lucas.
En otras palabaras, no se puede sacar provecho de la relación estadística positiva entre el producto y la inflación, al asumir que θ es constante, esta regresión no es estable, puesto que cuando cambia las políticas cambia el parámetro θ.

4.- Relación Inflación producto: *Some international evidence on output-inflation trade offs, 1973.*
Mientras más volátiles sean los precios más rígida será la curva de oferta de Lucas.
Para esto, Lucas hace una regresión para medir el efecto del aumento de la demanda nominal en el producto (real).

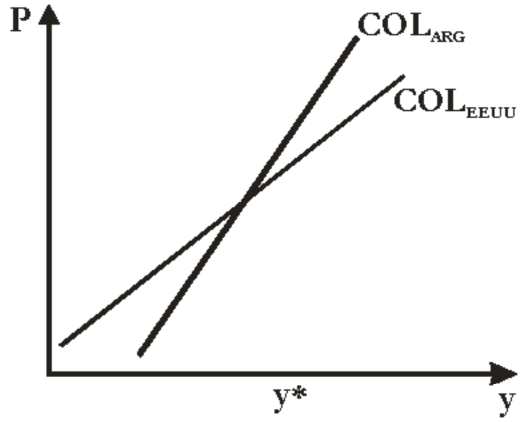
$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 \Delta y_{t-1} + u_t \qquad \ldots(34)$$

$$y_t = Ln(PBI_{\text{Real}}),\ x_t = Ln(PBI_{Nominal})$$

En (34), β_1 mide el efecto en el producto de un cambio en la demanda nominal.

EEUU	$\beta_1 = 0{,}91$	$(R^2 = 0{,}945)$
Argentina	$\beta_1 = 0{,}011$	$(R^2 = 0{,}018)$

Conclusión: El efecto de un cambio en la demanda nominal sobre la producción va a ser mayor en aquellos países donde la DA es relativamente estable.



La Curva de Phillips con Expectativas Racionales

Partimos de la ecuación (30)' y despejamos los precios.

$$p_t - E_{t-1}(p_t) = \theta[y_t - \bar{y}] \qquad \ldots(17)$$

La ecuación toma la forma:

$$\pi_t - E_{t-1}(\pi_t) = \theta[y_t - \bar{y}] \qquad \ldots(18)$$

La ecuación (37) es la Curva de Phillips con expectativas racionales que proviene de la curva de oferta de Lucas.

5. Inefectividad de la Política

Rational expectations and the theory of economic policy, 1976

Sargent y Wallace (1976) popularizan los resultados de Lucas sobre la neutralidad del dinero y desarrollan un modelo para demostrar que las ventajas de la discrecionalidad sobre las reglas fijas desaparecen cuando el público anticipa perfectamente las políticas del gobierno y las incorpora en regla de decisión.

El modelo de Sargent y Wallace

El modelo consta de 3 ecuaciones.

(IS) $y_t = x - br_t + cg_t + u_t$ …(1)

(LM) $m_t - p_t = ky_t - hr_t$ …(2)

(COL) $y_t - \bar{y} = \lambda(p_t - E_{t-1}p_t)$ …(3)

$u_t \sim AR(1) \;\Rightarrow\; u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$

De la IS y LM:

$$m_t - p_t = ky_t - h\frac{1}{b}(x - y_t + cg_t + u_t)$$

Despejando los precios, tomando expectativas y diferenciando:

$$p_t = m_t - \left(k + \frac{h}{b}\right)y_t + \frac{h}{b}x + \frac{ch}{b}g_t + \frac{h\rho}{b}u_{t-1} + \frac{h}{b}\varepsilon_t$$

$$E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t - \left(k + \frac{h}{b}\right)\bar{y} + \frac{h}{b}x + \frac{ch}{b}E_{t-1}g_t + \frac{h\rho}{b}u_{t-1}$$

$$p_t - E_{t-1}p_t = m_t - E_{t-1}m_t - \left(k + \frac{h}{b}\right)(y_t - \bar{y}) + \frac{ch}{b}(g_t - E_{t-1}g_t) + \frac{h}{b}\varepsilon_t \quad \ldots(5)$$

Reemplazamos (41) en la curva de oferta de Lucas (3)

$$y_t - \bar{y} = \frac{\lambda b}{b + bk + h}(m_t - E_{t-1}m_t) + \frac{\lambda ch}{b + bk + h}(g_t - E_{t-1}g_t) + \frac{\lambda h}{b + bk + h}\varepsilon_t \quad \ldots(6)$$

La ecuación (6) indica que las desviaciones del producto con respecto a su nivel tendencial (pleno empleo en este caso) serán explicadas por el error en la previsión de la política monetaria, el error de la previsión de política fiscal y *shocks* que afecta a la economía.

Conclusiones

No existe campo de acción para la política monetaria (activista). Una política sistemática será anticipada completamente por los agentes y por lo tanto no tendrá efecto alguno sobre el producto.

Crítica a las políticas estabilizadoras. Para minimizar la volatilidad del producto, el gobierno debe seguir una regla sistemática (predecible), es decir, no producir ruido. Sargent y Wallace mencionan que sólo es necesario que la política sea predecible o sistemática. Dicho de otro modo, la mejor política estabilizadora es el no uso de políticas estabilizadoras (que en realidad son perturbadoras).

6. <u>Crítica a las expectativas racionales</u>

Ver Argandoña, Cap 3.